

# Kuantum Veri Bilimine Giriş: Grover Arama Algoritması

## *Introduction to Quantum Data Science: Grover Search Algorithm*

Ercan Çağlar 

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi, Çanakkale, Türkiye, e-mail: [ercaglar@comu.edu.tr](mailto:ercaglar@comu.edu.tr)

### Öz

Günümüzde verinin saklanması ve veriye erişim önemlidir. Arama algoritmalarının genel amacı veriye en kısa sürede ulaşmaktır. Bu makalede arama problemine kuantum mekaniği ile farklı bir bakış açısı getiren Grover arama algoritması incelenmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Grover, Veri, Kuantum Arama Algoritması, Kuantum Hesaplama, Kuantum Bilgisayarlar

### Abstract

Nowadays, storing and accessing data is important. The general purpose of search algorithms is to access data as quickly as possible. In this article, the Grover search algorithm, which brings a different perspective to the search problem with quantum mechanics, is examined.

**Keywords:** Grover, Data, Quantum Search Algorithm, Quantum Computing, Quantum Computers

Citation/Atf: ÇAĞLAR, E. (2023). Kuantum Veri Bilimine Giriş: Grover Arama Algoritması. *Kuantum Teknolojileri ve Enformatik Araştırmaları*. 1(1): 29-34, DOI: 10.70447/ktve.2221

**Corresponding Author/ Sorumlu Yazar:**  
Ercan Çağlar  
E-mail: [ercaglar@comu.edu.tr](mailto:ercaglar@comu.edu.tr)



Bu çalışma, Creative Commons Atif 4.0 Uluslararası Lisansı ile lisanslanmıştır.  
This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.

## 1. GİRİŞ

1980 yılında Benioff [1], Turing makineleri tarafından temsil edilen bilgisayarların kuantum mekaniği ilkelerine dayalı mikroskobik modelini oluşturmuştur. Feynman [2], 1982 yılında kuantum mekaniği ilkelerine dayanan bir bilgisayar fikrini ortaya atmıştır. Shor [3], geliştirdiği algoritma ile büyük sayıların çarpanlara ayrılma probleminin kuantum teknolojileri ile çözülebileceğini kanıtlamıştır. Klasik bilgisayarlar ile çözülmesi zor olan problemlerin kuantum bilgisayarlar ile çözülebileceği görülmektedir.

Klasik veri biliminde, doğrusal ve ikili arama algoritmaları kullanılmaktadır. Doğrusal arama, arama yapılacak listenin ilk elemanından başlanarak tüm elemanların tek tek karşılaştırılması ile yapılır. İkili arama ise daha önce sıralanmış listeler üzerinde çalışır. Aranan veri listenin ortasında bulunan eleman ile karşılaştırılır. Aranan verinin büyük ya da küçük olmasına göre listenin sağına ya da soluna yönelerek aynı şekilde arama devam eder [5].  $N$  adet kayıttan oluşan sıralanmamış bir veri tabanından istenilen bir kayıta ulaşmak için neredeyse tüm kayıtların kontrol edilmesi gerekecektir. Algoritmanın istenilen veriye ulaşması  $O(N)$  adımda olacaktır.

Kuantum mekaniği ilkelerine göre tasarlanmış bir sistem, dalga benzeri özelliklerinden dolayı aynı anda birden fazla işlem gerçekleştirebilmektedir. Grover [4] algoritması, kuantum teknolojileri kullanılarak bir veri tabanındaki istenilen veriye  $O(\sqrt{N})$  adımda ulaşılacağını göstermektedir. Makalenin geri kalanı aşağıdaki gibi organize edilmiştir: Bölüm 2'de Grover algoritmasının çalışma prensibi örnek verilerek incelenmektedir. Bölüm 3'te Grover algoritmasının kullanım alanları tartışılarak bir sonuç sunulmaktadır.

## 2. GROVER ALGORİTMASI

Rastgele yerleştirilmiş  $N$  tane veri içerisinde istenilen bir veriye erişmek için neredeyse tüm verilerin kontrol edilmesi gerekmektedir. Bunun en basit örneğini bir dizi olarak düşünülebilir. Dizinin elemanları, 0'dan  $N-1$ 'e kadar indislere sahiptir. Dizinin elemanları belirli bir kritere göre sıralanmamış olsun. Aranan verinin dizinin en son elemanı olduğu kabul edilsin. Aranan

verinin bulunması için tüm dizi elemanlarının kontrol edilmesi gerekmektedir.

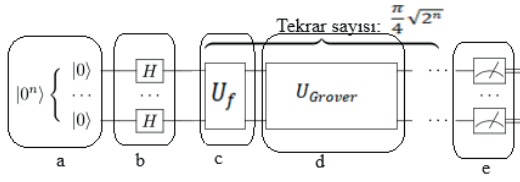
Klasik bilgi teknolojilerinde her kıyaslama işlemi için ayrı karşılaştırma yapılmaktadır. Kuantum bilgi teknolojilerinde ise süperpozisyon durumu sayesinde olası tüm durumlar aynı anda işleme tabi tutulabilmektedir. Kuantum mekaniği yasaları, bir kubitin süperpozisyonu olarak adlandırılan  $|0\rangle$  ve  $|1\rangle$  'in bir kombinasyonu olmasına izin verir [6]. Her olası durum bir genliğe sahiptir. Genliğin karesi ise bize ölçüm sonucunda o durumun gelme olasılığını verir. Grover algoritmasının yapmış olduğu işlem ise aranan verinin genliğini yükseltmektir. Bu sayede ölçüm sonucunda aranan veri elde edilir.

Bir kubitlik bir kuantum durum için iki olası durum vardır. Süperpozisyon halindeki bu kuantum durum,  $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  şeklinde gösterilir.  $\alpha$  ve  $\beta$  genlik olarak adlandırılır. Genlikler, kuantum durumun  $|0\rangle$  ya da  $|1\rangle$  değerine sahip olma olasılıklarıdır. Genliklerin karesi toplamı 1'e eşit olmalıdır, yani  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ .  $n$  kubitlik bir kuantum durum ise  $2^n$  olası duruma sahiptir.

$n$  tane veri içerisinde aranan veri  $|x_a\rangle$  ile gösterilsin. Tüm veriler ise  $|x\rangle = |x_0\rangle + |x_1\rangle + \dots + |x_{N-1}\rangle$  ile temsil edilebilir. Bu arama işlemine fonksiyonel olarak bakıldığında zaman tüm  $|x\rangle$ 'ler için  $f(x_a) = 1$  ve  $f(x) = 0$  'dır. Arama işlemi  $x_a$  için 1 değerini verirken diğer tüm durumlarda 0 değerini verecektir.  $|x_a\rangle$  kuantum durumunu arama işlemi yapılırken girdi değerleri süperpozisyon durumuna  $|x\rangle = |x_0\rangle + |x_1\rangle + \dots + |x_{N-1}\rangle$  getirilir.  $N$  tane kuantum durumun her biri kubit ile ikili sistemde temsil edilmektedir.  $N = 2^n$  olduğuna dikkat edilmelidir.

Grover algoritması, Hadamard kapısı,  $U_f$  ve  $U_{Grover}$  operatörlerini kullanmaktadır. Hadamard kapısının matris gösterimi  $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  şeklindedir.  $|0\rangle$  ya da  $|1\rangle$  durumuna uygulandığı zaman kuantum durum süperpozisyon halini alır.  $|0\rangle$  durumuna uygulanırsa  $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$ ,  $|1\rangle$  durumuna uygulanırsa  $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$  elde edilir.

Şekil 1. Grover Algoritması Devresi



Grover algoritmasının adımları aşağıda gösterilmiştir.

Adım 1:  $n$  kubitlik bir kuantum durum oluşturulur (Şekil 1a).

Adım 2:  $n$  tane Hadamard kapısı uygulanır (Şekil 1b).

Adım 3:  $U_f$  operatörü uygulanır (Şekil 1c).

Adım 4:  $U_{Grover}$  operatörü uygulanır (Şekil 1d).

Adım 5: Adım 3 ve Adım 4,  $4, \frac{\pi}{4} \sqrt{2^n}$  kez tekrarlanır.

Adım 6: Ölçüm yapılır (Şekil 1e).

Adım 1'de,  $\frac{|0..0\rangle}{\sqrt{2^n}}$  şeklinde  $n$  kubitlik bir kuantum durum oluşturulur.

Adım 2'de, Grover algoritması süperpozisyon durumunu oluşturur. durumundaki tane başlangıç girdi kubitine adet Hadamard kapısı uygulanarak girdiler süperpozisyon durumuna getirilir.

$$H^{\otimes n} \frac{|0..0\rangle}{\sqrt{2^n}} = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle \quad (1)$$

Denklem 1'de elde edilen kuantum süperpozisyon durumundaki olası tüm durumlar  $\frac{1}{\sqrt{2^n}}$  genliğine sahiptir. Eşit genliğe sahip durumlar içerisinde  $|x_a\rangle$  kuantum durumu aranmaktadır. Grover algoritmasının bundan sonraki adımları aranan durumun genliğini yükseltmeyi amaçlamaktadır. Bu sayede ölçüm sonucu aranan durum olacaktır.

Adım 3'de, Denklem 1'deki kuantum duruma operatörü  $U_f$  uygulanır.  $U_f$  operatörü Denklem 2'de gösterilmiştir.

$$U_f = \sum_{x=0}^{2^n-1} (-1)^{f(x)} |x\rangle\langle x| ; f(x) = \begin{cases} 0 & x \neq x_a \\ 1 & x = x_a \end{cases} \quad (2)$$

$U_f$  operatörü uygulanarak aradığımız  $|x_a\rangle$  kuantum durumunun genliği Denklem 3'deki gibi negatif hale getirilir.

$$|\psi'\rangle = U_f |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{\substack{x=0 \\ x \neq x_a}}^{2^n-1} |x\rangle - \frac{1}{\sqrt{2^n}} |x_a\rangle \quad (3)$$

Adım 4'de, Denklem 3'deki kuantum duruma  $U_{Grover}$  operatörü uygulanır.  $U_{Grover}$  operatörü Denklem 4'de gösterilmiştir.

$$U_{Grover} = 2|\psi\rangle\langle\psi| - I \quad (4)$$

Grover operatörünü uygulayabilmemiz için öncelikle Denklem 3'deki  $|\psi'\rangle$  kuantum durumunu  $|\psi'\rangle$  kuantum durumu gösterimi ile ifade etmemiz gerekmektedir.

$$|\psi'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle - \frac{1}{\sqrt{2^n}} |x_a\rangle - \frac{1}{\sqrt{2^n}} |x_a\rangle \quad (5)$$

$$|\psi'\rangle = |\psi\rangle - \frac{2}{\sqrt{2^n}} |x_a\rangle$$

Denklem 5'deki  $|\psi'\rangle$  kuantum durumuna  $U_{Grover}$  operatörü uygulanarak aranan  $|x_a\rangle$  kuantum durumunun genliği Denklem 6'daki gibi yükseltilir.

$$\begin{aligned} |\psi''\rangle &= U_{Grover} |\psi'\rangle = (2|\psi\rangle\langle\psi| - I) \left( |\psi\rangle - \frac{2}{\sqrt{2^n}} |x_a\rangle \right) \\ &= 2|\psi\rangle \frac{\langle\psi|\psi\rangle}{1} - \frac{4}{\sqrt{2^n}} |\psi\rangle \frac{\langle\psi|x_a\rangle}{\frac{1}{\sqrt{2^n}}} - |\psi\rangle + \frac{2}{\sqrt{2^n}} |x_a\rangle \\ &= 2|\psi\rangle - \frac{4}{2^n} |\psi\rangle - |\psi\rangle + \frac{2}{\sqrt{2^n}} |x_a\rangle \\ &= \frac{2^n - 4}{2^n} |\psi\rangle + \frac{2}{\sqrt{2^n}} |x_a\rangle \\ &= \frac{2^n - 4}{2^n} \left( \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle \right) + \frac{2}{\sqrt{2^n}} |x_a\rangle \\ &= \frac{2^n - 4}{2^n \sqrt{2^n}} \sum_{\substack{x=0 \\ x \neq x_a}}^{2^n-1} |x\rangle + \frac{2^n - 4}{2^n \sqrt{2^n}} |x_a\rangle + \frac{2}{\sqrt{2^n}} |x_a\rangle \\ &= \frac{2^n - 4}{2^n \cdot \sqrt{2^n}} \sum_{\substack{x=0 \\ x \neq x_a}}^{2^n-1} |x\rangle + \frac{3 \cdot 2^n - 4}{2^n \cdot \sqrt{2^n}} |x_a\rangle \end{aligned} \quad (6)$$

Denklem 6'da  $|x_a\rangle$  kuantum durumunun genliğinin yükseldiği görülmektedir. dışındaki diğer olası kuantum durumların genlikleri azalmıştır.  $|x_a\rangle$  dışındaki kuantum durumların genlikleri negatif olana kadar Adım 3 ve Adım 4 tekrar edilir. Tekrar sayısı yaklaşık olarak  $\frac{\pi}{4}\sqrt{2^n}$  olacaktır.

### 3 kubitlik Grover Örneği

$n = 3$  kubitlik bir kuantum durumda  $x_0 = 011$  durumunu Grover algoritması ile bulalım.  $n = 3$  kubit için  $2^3 = 8$  olası durum Denklem 7'deki gibidir.

$$|\psi\rangle = \alpha_0|000\rangle + \alpha_1|001\rangle + \alpha_2|010\rangle + \alpha_3|011\rangle + \alpha_4|100\rangle + \alpha_5|101\rangle + \alpha_6|110\rangle + \alpha_7|111\rangle \quad (7)$$

İlk olarak  $|000\rangle$  gibi 0 değerlerinden oluşan 3 kubitlik bir başlangıç durumu oluşturulur. Daha sonra her kubit için hadamard kapısı uygulanarak aşağıdaki süperpozisyon hali elde edilir. Böylece olası tüm durumlar eşit genlikler ile gösterilmiş olur.

$$|\psi\rangle = H^{\otimes 3}|000\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^3}} \sum_{x=0}^7 |x\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}|000\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|001\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|010\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|011\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|100\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|101\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|110\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|111\rangle \quad (8)$$

Tekrar sayısı Denklem 9'daki gibi hesaplanır.

$$\frac{\pi}{4}\sqrt{2^n} = \frac{\pi}{4}\sqrt{2^3} = \frac{\pi}{2}\sqrt{2} \cong 2,22 \cong 2 \quad (9)$$

Üç kubit için tekrar sayısı 2'dir

1. Tekrar:

$|\psi'\rangle$  kuantum durumuna aşağıdaki gibi  $U_f$  kapısı uygulanır.

$$|\psi'\rangle = U_f|\psi\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}|000\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|001\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|010\rangle - \frac{1}{2\sqrt{2}}|011\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|100\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|101\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|110\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|111\rangle$$

$U_f$  kapısını uygulanarak aradığımız kuantum durumun genliği negatif hale getirilmektedir.  $|\psi'\rangle$  kuantum durumunu  $|\psi''\rangle$  kuantum durumu gösterimi ile ifade edilmesi gerekmektedir.

kuantum durumu içerisinde durumu pozitif olarak bulunmaktadır.  $|\psi'\rangle$  kuantum durumundan  $\frac{1}{2\sqrt{2}}|011\rangle$  kuantum durumu çıkarılırsa  $|\psi''\rangle$  elde edilir.

$$|\psi''\rangle = |\psi'\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|011\rangle$$

$|\psi''\rangle$  kuantum durumu şeklinde ifade edilen duruma Grover operatörü uygulanır.

$$\begin{aligned} |\psi'''\rangle &= (2|\psi\rangle\langle\psi| - I)|\psi''\rangle \\ &= (2|\psi\rangle\langle\psi| - I)\left(|\psi\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|011\rangle\right) \\ &= 2|\psi\rangle\langle\psi|\psi\rangle - \frac{2}{\sqrt{2}}|\psi\rangle\langle\psi|011\rangle - |\psi\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|011\rangle \\ &= 2|\psi\rangle - \frac{1}{2}|\psi\rangle - |\psi\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|011\rangle \\ &= \frac{1}{2}|\psi\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|011\rangle \\ &= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2\sqrt{2}}\sum_{x=0}^7 |x\rangle\right] + \frac{1}{\sqrt{2}}|011\rangle \\ &= \frac{1}{4\sqrt{2}}\sum_{\substack{x=0 \\ x \neq 3}}^7 |x\rangle + \frac{1}{4\sqrt{2}}|011\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|011\rangle \\ |\psi'''\rangle &= \frac{1}{4\sqrt{2}}\sum_{\substack{x=0 \\ x \neq 3}}^7 |x\rangle + \frac{5}{4\sqrt{2}}|011\rangle \end{aligned}$$

1. tekrar sonunda  $|011\rangle$  durumunun genliği  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$  den  $\frac{5}{4\sqrt{2}}$  ye yükseltilmiştir.

2. Tekrar:

$|\psi'''\rangle$  kuantum durumuna aşağıdaki gibi  $U_f$  kapısı uygulanır.

$$\begin{aligned} |\psi''''\rangle &= U_f|\psi'''\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}|000\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|001\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|010\rangle \\ &\quad - \frac{5}{4\sqrt{2}}|011\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|100\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|101\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|110\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|111\rangle \\ &= \frac{1}{4\sqrt{2}}\sum_{\substack{x=0 \\ x \neq 3}}^7 |x\rangle - \frac{5}{4\sqrt{2}}|011\rangle \\ &= \frac{1}{4\sqrt{2}}\sum_{x=0}^7 |x\rangle - \frac{1}{4\sqrt{2}}|011\rangle - \frac{5}{4\sqrt{2}}|011\rangle \\ &= \frac{1}{4\sqrt{2}}\sum_{x=0}^7 |x\rangle - \frac{6}{4\sqrt{2}}|011\rangle \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{x=0}^7 |x\rangle \right] - \frac{6}{4\sqrt{2}} |011\rangle$$

$$|\psi'''\rangle = \frac{1}{2} |\psi\rangle - \frac{6}{4\sqrt{2}} |011\rangle$$

$|\psi'\rangle$  kuantum durumuna Grover operatörünü uygulanır.

$$\begin{aligned} |\psi''''\rangle &= (2|\psi\rangle\langle\psi| - I)|\psi'''\rangle \\ &= (2|\psi\rangle\langle\psi| - I) \left( \frac{1}{2} |\psi\rangle - \frac{6}{4\sqrt{2}} |011\rangle \right) \\ &= |\psi\rangle \underbrace{\langle\psi|\psi\rangle}_1 - \frac{3}{\sqrt{2}} |\psi\rangle \underbrace{\langle\psi|011\rangle}_{\frac{1}{2\sqrt{2}}} - \frac{1}{2} |\psi\rangle + \frac{3}{2\sqrt{2}} |011\rangle \\ &= |\psi\rangle - \frac{3}{4} |\psi\rangle - \frac{1}{2} |\psi\rangle + \frac{3}{2\sqrt{2}} |011\rangle \\ &= |\psi\rangle - \frac{3}{4} |\psi\rangle - \frac{1}{2} |\psi\rangle + \frac{3}{2\sqrt{2}} |011\rangle \\ &= -\frac{1}{4} |\psi\rangle + \frac{3}{2\sqrt{2}} |011\rangle \end{aligned}$$

yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{4} \left[ \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{x=0}^7 |x\rangle \right] + \frac{3}{2\sqrt{2}} |011\rangle \\ &= -\frac{1}{8\sqrt{2}} \sum_{\substack{x=0 \\ x \neq 3}}^7 |x\rangle - \frac{1}{8\sqrt{2}} |011\rangle + \frac{3}{2\sqrt{2}} |011\rangle \\ &= -\frac{1}{8\sqrt{2}} \sum_{\substack{x=0 \\ x \neq 3}}^7 |x\rangle + \frac{11}{8\sqrt{2}} |011\rangle \end{aligned}$$

Görüldüğü üzere  $|011\rangle$  kuantum durumunun dışındaki kuantum durumlarının genlikleri negatif olmuştur. Aranılan  $|011\rangle$  durumunun bulunma olasılığının %94,5 olduğu Denklem 10'da gösterilmiştir.

$$\left( \frac{11}{8\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{121}{128} \cong 0,945 \quad (10)$$

### 3. SONUÇ

Klasik veri biliminde arama yaparken, aranan veri ile tüm verilerin tek tek karşılaştırılması gerekmektedir. Aranılan veriyi ilk karşılaştırma ile bulunabileceği gibi son karşılaştırma yapılarına kadar bulunamayabilir. Kuantum teknolojilerinin üstünlük sağlayan yönü paralel işlem

gerçekleştirebilmesidir. Aynı anda tüm verilere erişebilme yeteneğidir.

Grover algoritmasının klasik yöntemlere göre çok daha hızlı bir arama algoritması olduğu görülmektedir. Grover algoritmasının, makine öğrenmesi [7-12] ve optimizasyon [13-16] problemlerinin çözümünde kullanıldığı çalışmalar mevcuttur. Optimizasyon problemleri için geliştirilen farklı algoritmalar, Grover algoritması ile kuantum dünyasına dahil edilebilecektir. Kuantum teknolojileri geliştikçe Grover algoritması da dahil bir çok kuantum temelli algoritma günümüz problemlerine çözüm sunacaktır.

### KAYNAKÇA

- [1] Benioff, P. *The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines*, Journal of Statistical Physics, 1980, Vol:22 pp. 563-591.
- [2] Feynmann, R. P. *Simulating Physics with Computers*, International Journal of Theoretical Physics, 1982, Vol: 21 pp. 467-488.
- [3] Shor, P. W. *Algorithms for Quantum computation: Discrete Logarithms and factoring*, A Proceedings of the 35th Symposium on Foundations of Computer Science, Los Alamitos, California, 1994, pp. 124-134.
- [4] Grover, L. K. *A fast quantum mechanical algorithm for database search*, Symposium on the Theory of Computing, 1996, pp. 212-219.
- [5] Çölkesen, R. *Veri yapıları ve Algoritmalar*, Papatya Yayıncılık, 2014, pp. 189-205.
- [6] Wong, T. G. *Intoduction to Classical and Quantum Computing*, <https://www.thomaswong.net/introduction-to-classical-and-quantum-computing-1e3p.pdf>, 2022, pp. 74-79.
- [7] Dong, D., Chen, C., Li, H., Tarn, T.Z. *Quantum Reinforcement Learning*, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2008, vol. 38, no. 5, pp. 1207-1220.
- [8] Meng, X., Chen, Y., Pi, Y., Yuan, Q. *A Novel Multiagent Reinforcement Learning Algorithm Combination with Quantum Computation*, 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2006, pp. 2613-2617.

- [9] O'Quinn, W., Mao, S. *Quantum Machine Learning: Recent Advances and Outlook*, IEEE Wireless Communications, 2020, vol.27, no.3, pp. 126-131.
- [10] Mengoni, R., Di Pierro, A. *Kernel Methods in Quantum Machine Learning*, Quantum Machine Intelligence, 2019, pp. 65-71.
- [11] Ramezani, S. B., Sommers, A., Manchukonda, H. K., Rahimi, S., Amirlatifi, A. *Machine Learning Algorithms in Quantum Computing: A Survey*, 2020 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN), 2020, pp. 1-8.
- [12] Dong, D., Chen, C., Zhang, C., Chen, Z. *Quantum robot: Structure, algorithms and applications*, Robotica, 2006, pp. 513-521.
- [13] Chiang, CF., Alsing, P.M. *Grover search inspired alternating operator ansatz of quantum approximate optimization algorithm for search problems*, Quantum Inf Process, 2023, pp. 22:221.
- [14] Wu, X., Li, Q., Li, Z., Yang, D., Yang, H., Pan, W., Perkowski, M., Song, X. *Circuit optimization of Grover quantum search algorithm*, Quantum Inf Process, 2023, pp. 22:69.
- [15] Wang, Y. *A quantum walk enhanced Grover search for global optimization*, arXiv preprint arXiv:1711.07825, 2017.
- [16] Wang, Y. *Global optimization with quantum walk enhanced Grover search*, In: Proc. of 2014 ASME International Design Engineering Technical Conferences & The Computer and Information in Engineering Conference (IDETC/CIE2014), 2014, vol. 46322, pp: 34634.