

## EKONOMETRİK ZAMAN SERİLERİ TAHMİNİNDE BULANIK ZAMAN SERİLERİ YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

### COMPARISON OF THE PERFORMANCE OF FUZZY TIME SERIES METHODS BASED ON CLUSTERING IN THE ECONOMETRIC TIME SERIES ESTIMATION

Aytaç PEKMEZCİ \* & Nevin Güler DİNCER \*\* & Öznur İŞÇİ GÜNERİ \*\*\*

\* Dr. Öğr. Üyesi, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, TÜRKİYE,  
e-mail: [aytac0803@mu.edu.tr](mailto:aytac0803@mu.edu.tr)

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4020-0069>

\*\* Doç. Dr., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, TÜRKİYE,  
e-mail: [nguler@mu.edu.tr](mailto:nguler@mu.edu.tr)

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0361-1803>

\*\*\* Doç. Dr., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, TÜRKİYE,  
e-mail: [oznur.isci@mu.edu.tr](mailto:oznur.isci@mu.edu.tr)

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3677-7121>

Geliş Tarihi: 9 Mayıs 2019; Kabul Tarihi: 4 Temmuz 2019

Received: 9 May 2019; Accepted: 4 July 2019

#### ÖZET

Bulanık Zaman Serileri (BZS) yöntemleri, istatistiksel yöntemlerin aksine, hiçbir varsayım gerektirmemesi, az sayıda gözlemle çalışabilmesi, eksik, belirsiz ve dilsel veriyi işleyebilme yeteneğine sahip olması gibi avantajlarından dolayı zaman serisi analizinde son zamanlarda sıklıkla kullanılmaktadır. Şu ana kadar çok sayıda BZS yöntemi önerilmiştir. Bu yöntemlerden bir kısmı bulanıklaştırma adımıyla bulanık kümeleme algoritmalarının kullanımına dayanmaktadır. Ancak bu yöntemlerin ekonometrik zaman serilerinin tahmininde performanslarının karşılaştırılmasına dayanan bir çalışma bulunmamaktadır. Bu çalışmada, bulanıklaştırma adımıyla sırasıyla Bulanık C-Ortalamlar (BCO), Gustafson-Kessel (GK) ve Bulanık K-Medoidler (BKM) kümeleme algoritmalarını kullanan 3 BZS yöntemi 454 ekonometrik zaman serisine uygulanmış ve elde edilen tahmin sonuçları Ortalama Mutlak Yüzde Hata (OMYH), Hata Kareler Ortalamasının Karekökü (HKOK), Varyans Hesabı (VF) uyum iyiliği kriterlerine göre karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalar sonucunda, BKM algoritmasına dayanan BZS yönteminin tüm zaman serilerinin OMYH kriterine göre %72.25'inde, HKOK kriterine göre %65.9'unda, VF kriterine göre ise %59.3'ünde en iyi tahmin sonuçlarını sağladığı görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Bulanık Kümeleme, Bulanık Zaman Serileri, Zaman Serileri Analizi, Tahmin

**JEL Kodları:** C01, C22, C53

## ABSTRACT

*Fuzzy Time Series (FTS) methods are used frequently in time series analysis due to their advantages such as having no assumptions, having few observations, being able to process incomplete, uncertain and linguistic data. The FTS consists of 6 steps, each of which has a significant impact on forecasting performance. A number of methods have been developed to improve these steps and hence improve the performance of FTS. Some of these studies are based on the use of fuzzy clustering algorithms in the blurring step of FTS. However, so far, there is no study based on comparing the performance of these methods in the estimation of econometric time series. In this study, 3 FTS methods using the Fuzzy C-Means (FCM), Gustafson-Kessel (GK) and Fuzzy K-Medoids (FKM) clustering algorithms were applied to the 454 econometric time series in the blurring step and the predicted results were compared according to the criterion of conformity 3. As a result of the comparisons, it was concluded that the performance of the FTS method based on BKM algorithm is better.*

**Key Words:** Fuzzy Clustering, Fuzzy Time Series, Time Series Analysis, Forecast

**JEL Codes:** C01, C22, C53

## 1. GİRİŞ

Zaman serisi, bir rasgele değişkenin (Y) ardışık zaman aralıklarında ölçülmesi sonucunda oluşan gözlemler kümesi olarak tanımlanabilir. Zaman serisi analizinde iki amaç söz konusudur: i) zaman serisinin geçmiş davranışının incelenmesi ve doğasının ortaya çıkarılması ii) gelecek değerlerinin tahmin edilmesi. Zaman serileri analizi için literatürde kullanılan çok sayıda yöntem bulunmaktadır. Box-Jenkins (Box ve Jenkins, 1970) modelleri olarak da bilinen Otoregressif Model, Hareketli Ortalama Modeli, Otoregressif Hareketli Ortalama Modeli ve Bütünleşik Otoregressif Hareketli Ortalama Modeli bu yöntemlerin başında gelmektedir. Bu yöntemlerin uygulanabilmesi için üzerinde çalışılan zaman serisinin büyük örneklem hacmi (en az 50), durağanlık, tersinirlik, doğrusallık gibi bir takım istatistiksel varsayımları sağlaması gerekir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010). Ancak özellikle ekonometrik zaman serileri gibi artan veya azalan trende sahip seriler düşünüldüğünde bu varsayımların sağlanması oldukça güçtür.

BZS yöntemi hem zaman serisi üzerinde herhangi bir varsayım veya kısıtlama gerektirmemesi, hem de eksik, belirsizlik içeren, küçük örneklem hacmine sahip veriyi işleyebilme yeteneğine sahip olması nedeniyle son zamanlarda sıklıkla kullanılmaktadır. BZS kavramı ilk olarak Song ve Chissom (1993 a,b) tarafından önerilmiştir. Chen (1996) hem öngörü performansını iyileştirmek hem de Song ve Chissom (1993 a,b) tarafından önerilen yöntemin hesaplama yükünü azaltmak amacıyla yeni bir BZS yöntemi geliştirmiştir. Bu yöntemde bulanık ilişkileri belirlemek amacıyla karmaşık matris işlemleri yerine basit aritmetik operatörler kullanılmıştır. BZS yöntemleri temel olarak 6 adımdan oluşmaktadır. İlk üç adım, kesin değerlerden oluşan klasik zaman serisinin bulanıklaştırılması, bir başka deyişle, bulanık kümeler ayrılması ve her bir zaman serisi gözlemine karşılık gelen bulanık kümenin tespit edilmesini içerir. Dördüncü adımda elde edilen bulanık kümeler arasındaki bulanık ilişkiler belirlenir. Beşinci adım öngörülerin elde edilmesi, altıncı adım ise öngörülerin durulaştırılmasından oluşur. Her bir adım BZS'nin performansını önemli derecede etkilemektedir. Bu nedenle adımları iyileştirmek ve BZS'nin performansını arttırmak amacıyla çok sayıda çalışma gerçekleştirilmiştir.

BZS'nin en önemli adımlarından biri klasik zaman serisinin bulanık karşılığının elde edilmesi, bir başka deyişle bulanıklaştırmadır. BZS ile ilgili ilk çalışmalarda (Song ve Chissom, 1993 a,b; Chen, 1996; Hwang ve diğ., 1998) bulanıklaştırma adımı klasik zaman serisinin en

küçük ve en büyük değerlerine göre belirlenen evrensel kümenin parçalanmasına dayanmaktadır. Burada bulanık kümeler evrensel kümenin önceden belirlenen n sayıda aralığa bölünmesiyle oluşturulur. Bu yöntemlerin en büyük eksikliği aralık sayısının seçimine ilişkin herhangi bir bilgi olmamasıdır. Huarng (2001 a,b), bu eksikliğin üstesinden gelmek amacıyla, çalışmada klasik zaman serisi gözlemlerinin farklarının ortalamasına ve dağılımına dayanan 2 farklı yaklaşım önermiştir. Sonraki çalışmalarda, aralık sayısını belirlemek amacıyla yapay sinir ağları, parçacık sürü optimizasyonu ve genetik algoritmalar gibi esnek hesaplama yaklaşımları da kullanılmıştır (Lee ve diğ., 2007; Kuo ve diğ., 2010; Davari ve diğ., 2009; Park ve diğ., 2010; Hsu ve diğ., 2010). Bulanıklaştırma amacıyla kullanılan ikinci yaklaşım ise bulanık kümelemedir (Cheng ve diğ., 2008; Li ve diğ., 2008; Uslu ve diğ., 2010; Eğrioğlu ve diğ., 2011; Eğrioğlu ve diğ., 2013; Güler ve Akkuş, 2018). Bu yaklaşımın en büyük avantajı, zaman serisinin dağılımını kendisinden öğrenmesidir.

Bu çalışmanın ana konusu bulanık kümelemeye dayanan BZS yöntemlerinin ekonometrik zaman serilerinin tahmininde performanslarını karşılaştırmaktır. Şu ana kadar bu amaca yönelik olarak gerçekleştirilen çalışmalardan bir kısmı şu şekildedir. Wang ve Chen (2009) çalışmalarında, otomatik kümelemeye dayanan iki faktörlü ve yüksek dereceli yeni bir BZS yöntemi önermiştir. Önerilen yöntem TAIFEX serisinin öngörüsüne uygulanmış ve Chen (1996), Huarng (2001 a, b) ve Lee ve diğ. (2006) tarafından önerilen BZS yöntemlerine göre daha başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Aladağ ve diğ. (2010) çalışmalarında IMKB ulusal 100 endeksi zaman serisini kullanmıştır. Çalışmada yeni bir BZS yöntemi önerilmiş ve bu yöntemin uyum iyiliği Aladağ ve diğ. (2009) ve Chen (1996) tarafından önerilen yöntemler ile karşılaştırılmıştır. Yolcu (2011) çalışmasında bulanıklaştırma adımıyla BCO algoritmasının, bulanık ilişkileri belirleme adımıyla ise yapay sinir ağlarının kullanımına dayanan çok değişkenli bir BZS yöntemi önermiştir. Önerilen yöntemin etkinliğini göstermek amacıyla, “Belçika’da gerçekleşen ölümlü araba kazaları”, TAIFEX, TAIEX ve IMKB zaman serileri kullanılmıştır. Karşılaştırmalar sonucunda önerilen yöntemin başarılı sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Koçak (2011) tez çalışmasında, bulanık ARMA (1,1) öngörü modelini geliştirmiştir. Çalışmada, önerilen yöntem IMKB ve TAIEX serilerine uygulanmıştır ve tahmin performansı 7 BZS yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Uyar (2015), iki faktörlü yüksek dereceli üç BZS yönteminin performanslarını karşılaştırmak amacıyla BIST verilerini kullanmıştır. Çalışma sonucunda en iyi tahmin performansının otomatik kümeleme tekniğine dayalı BZS yönteminden elde edildiği sonucuna ulaşılmıştır.

Ancak tüm bu çalışmalarda az sayıda zaman serisi ile çalışılmış ve BZS yöntemlerinin farklı yapılarıdaki ekonometrik zaman serilerini tahmin etme başarıları araştırılmamıştır. Bu çalışmada farklı yapılarıya sahip 454 zaman serisi bulanık kümelemeye dayanan 3 BZS yöntemi ile tahmin edilmiş ve tahmin performansları karşılaştırılmıştır. Çalışmada kullanılan zaman serileri, sırasıyla CO<sub>2</sub> Emisyonu (CO), Kişi Başına Gayrisafi Milli Hasıla (KBGMH), Kişi Başına Elektrik Tüketimi (KBET) ve Popülasyon Büyüme (PB) değişkenlerine ilişkin ölçümlerden oluşmaktadır.

Çalışmanın organizasyonu şu şekildedir. 2. Bölümde BZS’e ilişkin temel tanımlar, BZS modeli ve bulanık kümelemeye dayanan BZS yöntemleri sunulmuştur. 3. bölümde bulanık kümelemeye dayanan BZS yöntemlerinin 454 ekonometrik zaman serisine uygulanması sonucunda elde edilen sonuçlara yer verilmiştir. Son bölümde ise çalışma sonuçlandırılmıştır.

## **2. BULANIK ZAMAN SERİLERİ**

Çalışmanın bu bölümünde BZS yöntemleri ile ilgili genel kavramlara, BZS ve bulanık kümelemeye dayanan BZS yöntemlerinin temel çalışma prensiplerine yer verilmiştir.

## 2.1. Genel Tanım ve Kavramlar

$U = \{u_1, u_2, \dots, u_b\}$  şeklinde tanımlanan evrensel küme olsun. Burada  $u_i$ 'ler evrensel kümenin sabit bir uzunluğuna bölünmesi sonucunda oluşan alt aralıklara karşılık gelmektedir. Bu durumda bulanık kümeler aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$A_i = f_{A_i}(u_1)u_1 + f_{A_i}(u_2)u_2 + \dots + f_{A_i}(u_b)u_b \quad (1)$$

Burada  $f_{A_i}$ ,  $A_i$  bulanık kümesinin üyelik fonksiyonunu  $f_{A_i}(u_j)$  ise  $u_j$  alt aralığının  $A_i$  bulanık kümesine üyelik derecesini göstermektedir. Bu bilgiler ışığında BZS ile ilgili genel tanımlar şu şekildedir.

**Tanım 1:**  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  n uzunluğunda klasik bir zaman serisi olmak üzere, Y zaman serisine uygun alt aralıkların ve her bir zaman serisi gözlemine karşılık gelen  $A_i$  bulanık kümesinin tespit edilmesinden sonra elde edilen zaman serisi  $F(t)$  *bulanık zaman serisi* olarak adlandırılır. Buradan  $F(t)$ 'nin de zamanın bir fonksiyonu olduğunu söylemek mümkündür.

**Tanım 2:** t anındaki  $F(t)$  bulanık gözlemin yalnızca t-1 anındaki  $F(t-1)$ 'den etkilendiği varsayılırsa bulanık zaman serisi *1. dereceden bulanık zaman serisi*,  $F(t)$ 'nin  $F(t-1)$ ,  $F(t-2)$ ,  $\dots, F(t-p)$ 'den etkilendiği varsayılırsa *p. dereceden bulanık zaman serisi* olarak adlandırılır. 1. dereceden bulanık zaman serisinde bulanık ilişki aşağıdaki gibi gösterilir.

$$F(t) = F(t-1) * R(t, t-1) \quad (2)$$

Bu ilişki,  $F(t-1) = A_i$   $F(t) = A_j$  olması durumunda  $A_i \rightarrow A_j$  şeklinde de ifade edilebilir. Burada  $A_i$  bulanık ilişkinin sol tarafını,  $A_j$  ise sağ tarafını gösterir.

**Tanım 3.** Bulanık ilişkide aynı sol tarafa sahip bulanık ilişkiler gruplandırılabilir. Örnek olarak  $A_k \rightarrow A_j$ ,  $A_i \rightarrow A_j$  şeklindeki bulanık ilişki  $A_k$ ,  $A_i \rightarrow A_j$  şeklinde ifade edilebilir.

## 2.2. Bulanık Zaman Serisi Modeli

BZS modeli ilk olarak Song ve Chissom (1993 a,b) tarafından önerilmiştir. Ancak sonraki çalışmalarda, bulanık ilişkileri belirleme adımında karmaşık matris işlemleri yerine basit aritmetik işlemlerinin kullanımına dayanan Chen (1996) yöntemi temel alınmıştır. Bu yöntem, aşağıdaki gibi tanımlanan 6 adımdan oluşmaktadır.

**Adım 1:** Evrensel küme ve alt aralıkların belirlenmesi.

Bu adımda, zaman serisinin en küçük ve en büyük değerlerine göre evrensel küme belirlenir. Tanımlanan evrensel küme önceden belirlenen sayıda alt aralığa bölünür. Zaman serisinin en küçük değerinin  $D_{min}$  ve en büyük değerinin  $D_{max}$  olduğu düşünülürse evrensel küme aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$U = [D_{min} - D_1, D_{max} + D_2]$$

Burada  $D_1$  ve  $D_2$  keyfi seçilen küçük iki sayıdır.

**Adım 2:** Bulanık kümelerin belirlenmesi

Eş. (1)'de tanımlanan bulanık kümeler belirlenir.

**Adım 3:** Gözlemler bulanıklaştırılır

Her bir klasik zaman serisinin gözleminin bulunduğu alt aralık belirlenir. Bu alt aralığının en büyük üyelik değerine sahip olduğu bulanık küme, klasik zaman serisi gözleminin bulanık değerini verir.

**Adım 4:** Bulanık ilişkilerin belirlenmesi

Bulanık mantıksal ilişkilerin belirlenmesi bir örnekle açıklanabilir. Beş gözlemlili bir BZS,  $F(t)$ 'nin elemanları şu şekilde olsun.  $A_1, A_1, A_2, A_2, A_3$ .

Bu durumda bulanık ilişkiler şöyle belirlenir.

$$A_1 \rightarrow A_1$$

$$A_1 \rightarrow A_2$$

$$A_2 \rightarrow A_2$$

$$A_2 \rightarrow A_3$$

Bulanık ilişkiler aşağıdaki gibi gruplandırılır.

$$A_1 \rightarrow A_1, A_2 \rightarrow A_2, A_3$$

**Adım 5:** Öngörüler elde edilir.

Öngörülerin elde edilmesi aşamasında 3 farklı durum söz konusudur.

**Durum 1,** Bulanık ilişkiler dizisinde  $A_i \rightarrow A_j$  şeklinde sadece bir bulanık mantıksal ilişkinin olması durumunda t zamanı için öngörü değeri  $A_j$ 'dir.

**Durum 2,** Eğer  $A_i \rightarrow A_j, A_s, A_l$  ise öngörü değeri  $A_j, A_s, A_l$ 'ye eşittir.

**Durum 3,** Eğer  $A_i \rightarrow \emptyset$  ise öngörü değeri  $A_i$ 'ye eşittir.

**Adım 6:** Elde edilen öngörü değerleri durulaştırılır.

Sonuçları elde etmek için 'Merkezileştirme durulaştırma yöntemi kullanılır. Durulaştırma işlemi içinde 3 farklı durum söz konusudur.

**Durum 1,** Eğer öngörü değeri  $A_j$ 'ye eşitse durulaştırılmış öngörü değeri  $A_j$  bulanık kümesinin küme merkezi  $c_j$ 'dir

**Durum 2,** Eğer öngörü değeri  $A_j, A_s, A_l$  ise durulaştırmış öngörü değeri  $A_j, A_s, A_l$  bulanık kümelerinin küme merkezlerinin aritmetik ortalaması  $(c_j + c_s + c_l)/3$  şeklinde hesaplanır.

**Durum 3,** Eğer  $A_i$  boş küme ( $\emptyset$ ) eşit ise durulaştırılmış öngörü değeri,  $A_i$  bulanık kümesinin küme merkezi  $c_i$ 'dir (Egrioglu ve diğ., 2011).

### 2.3. Bulanık Kümelemeye Dayanan Bulanık Zaman Serisi Modeli

Bulanık kümelemeye dayanan BZS, zaman serisinin bulanık zaman serisine dönüştürme adımı bulanık kümeleme analizini kullanan yöntemleri kapsar. Bulanık kümeleme analizi (BKA) ise, bir veri noktasının farklı aitlik dereceleriyle birden fazla kümenin elemanı olmasına imkan sağlayan kümeleme analizi tekniği olarak tanımlanabilir. Burada veri noktalarının kümelere aitlik derecelerini belirlemek için üyelik fonksiyonları kullanılır. Üyelik fonksiyonunun değerinin "1" olması veri noktasının kümeye tam olarak ait olduğunu, "0" olması kümeye ait olmadığını, "1'e yakın" olması ise yüksek oranda ait olduğunu göstermektedir. BKA teknikleri genel olarak aşağıdaki gibi tanımlanan amaç fonksiyonunun en küçük değerinin bulunmasına dayanır:

$$J(Y, C, U) = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n u_{ij}^{\beta} d^2(y_i, c_j) \quad (3)$$

Burada

$n$  : veri noktası sayısını,

$k$  : küme sayısını,

$d(y_i, c_j)$  :  $y_i$  ile  $c_j$  arasındaki uzaklığı

$y_i$  : i. veri noktasını

$u_{ij}$  : i. veri noktasının j. kümeye olan üyelik değerini,

$\beta$  : bulanıklık indeksini,

$c_j$  : j. küme merkezini göstermektedir.

Burada amaç, Eşitlik (3)'de verilen fonksiyonu en küçük yapacak üyelik fonksiyonları ( $u_{ij}$ ) ve küme merkezlerini ( $c_j$ ) için gerekli güncelleştirme eşitliklerini bulmaktır. Bu amaca yönelik olarak fonksiyonunun üyelik fonksiyonları ve küme merkezlerine göre 1. türevi alınıp 0'a eşitlenir. Bu durumda küme merkezleri ve üyelik fonksiyonları için aşağıdaki güncelleştirme eşitlikleri elde edilir:

$$c_j = \frac{\sum_{i=1}^n u_{ij}^\beta y_i}{\sum_{i=1}^n u_{ij}^\beta}, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (4)$$

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{s=1}^k \left( \frac{d(y_i, c_j)}{d(y_i, c_s)} \right)^{2/(\beta-1)}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (5)$$

BKA algoritmaları genel olarak veri noktaları ile küme merkezleri arasındaki uzaklığı hesaplamak için kullanılan ölçüler ve küme merkezinin şekline göre farklılaşır. Bu çalışmada Bulanık C-Ortalamalar (BCO) (Bezdek ve diğ., 1984), Gustafson-Kessel(GK) (Gustafson-Kessel, 1978) ve Bulanık K-Medoidler(BKM) (Krishnapuram ve diğ., 1999) bulanık kümeleme algoritmalarına dayanan BZS yöntemleri ele alınmıştır. Bu kümeleme algoritmalarında kullanılan uzaklık ölçüleri ve küme merkezleri Tablo 1'de verilmektedir.

**Tablo 1.** Çalışmada Kullanılan Uzaklık Ölçüleri ve Küme Merkezleri

Algoritma	Uzaklık Ölçüsü	Küme Merkezi
GK	$d(y_i, c_j) = \sqrt{(y_i - c_j)^T \Sigma_j^{-1} (y_i - c_j)}$	$c_j = \frac{\sum_{i=1}^n u_{ij}^\beta y_i}{\sum_{i=1}^n u_{ij}^\beta}$
BCO	$d(y_i, c_j) = \sqrt{\sum_{z=1}^p (y_{iz} - c_{jz})^2}$	$c_j = \frac{\sum_{i=1}^n u_{ij}^\beta y_i}{\sum_{i=1}^n u_{ij}^\beta}$
BKM	$d(y_i, c_j) = \sqrt{\sum_{z=1}^p (y_{iz} - c_{jz})^2}$	$c_j = \operatorname{argmin}_{1 \leq z \leq n} \sum_{i=1}^n u_{ij}^m \ y_z - y_i\ ^2$

Tablo 1’den görüldüğü gibi BCO ve BKM algoritmalarında kullanılan uzaklık ölçüleri, GK ve BCO algoritmalarında ise küme merkezleri aynıdır. Tablo 1’de  $\Sigma_j$  ise j. kümenin kovaryans matrisini göstermektedir. Bu bilgiler doğrultusunda bulanık kümelemeye dayanan BZS yöntemlerinin temel çalışma prensibi Tablo 2’deki gibi özetlenebilir.

**Tablo 2.** Bulanık kümelemeye dayanan BZS yöntemleri

**Adım 1 :** Klasik zaman serisi ( $Y_t$ ) bulanık kümeleme algoritması uygulanır

**Adım 1.1** Başlangıç parametrelerinin belirlenmesi

k küme sayısı, m bulanıklık indeksi,  $\varepsilon$  işlem bitirme kriteri,  $c_j$  küme merkezlerinin başlangıç değerleri

**Adım 1.2** Üyelik değerlerinin yeni değerlerinin hesaplanması

**Adım 1.3** Küme merkezlerinin yeni değerlerinin hesaplanması

**Adım 1.4** Ardışık iki iterasyonda hesaplanan küme merkezleri arasındaki fark  $\varepsilon$ ’dan küçük ise kümeleme işlemi bitir. Aksi takdirde, Adım 1.2’ye dön.

**Adım 2:** Küme merkezleri küçükten büyüğe doğru sıralanır ve her bir kümeye  $A_1, A_2, \dots, A_k$  şeklinde bir etiket verilir.

**Adım 3:** Her bir gözlem maksimum üyeliğe sahip olduğu kümeye atanır. Bu şekilde gözlemler bulanıklaştırılır, bir başka deyişle değerleri  $A (j = 1, 2, \dots, k)$  bulanık kümelerinden oluşan BZS,  $F(t)$  elde edilir.

**Adım 4:** Bulanık mantıksal ilişkilerin belirlenmesi

Chen (1996) yöntemi ile aynıdır.

**Adım 5:** Öngörüler elde edilir.

Chen (1996) yöntemi ile aynıdır.

**Adım 6:** Öngörüler durulaştırılır.

Sonuçları elde etmek için ‘Merkezileştirme’ durulaştırma yöntemi kullanılır. Durulaştırma işlemi içinde 3 farklı durum söz konusudur.

**Durum 1,** Eğer öngörü değeri  $A_j$  ’ye eşitse durulaştırılmış öngörü değeri  $A_j$  bulanık kümesinin küme merkezi  $c_j$  ’dir.

**Durum 2,** Eğer öngörü değeri  $A_j, A_s, A_l$  ise durulaştırmış öngörü değeri  $A_j, A_s, A_l$  bulanık kümelerinin küme merkezlerinin aritmetik ortalaması  $(c_j + c_s + c_l)/3$  şeklinde hesaplanır.

**Durum 3,** Eğer  $A_i$  boş kümeye ( $\emptyset$ ) eşit ise durulaştırılmış öngörü değeri,  $A_i$  bulanık kümesinin küme merkezi  $c_j$  ’dir (Eğrioğlu ve diğ., 2011).

### 3. DENEYSEL SONUÇLAR

Bu çalışmada, sırasıyla BCO, GK ve BKM kümeleme algoritmalarına dayanan BZS yöntemlerinin (BCOBZS, GKBZS, BKMBZS) ekonometrik zaman serileri tahmininde performanslarının karşılaştırılması amaçlanmıştır. Bu amaca yönelik olarak Dünya Banka’sının resmi web sitesinden değişik zaman periyotlarını kapsayan 454 zaman serisi indirilmiştir. Bu zaman serileri; CO<sub>2</sub> Emisyonu (CO<sub>2</sub>), Kişi Başına Gayrisafi Milli Hasıla (KBGMH), Kişi Başına Elektrik Tüketimi (KBET) ve Popülasyon Büyüme (PB) dir. Çalışmada kullanılan zaman serileri ve kapsadıkları dönemler Tablo 3’de verilmiştir.

**Tablo 3.** Çalışmada Kullanılan Zaman Serileri

Değişken	Zaman Serisi Sayısı	Zaman Periyodu
CO <sub>2</sub>	162	1960-2014
KBGMH	124	1960-2017
KBET	31	1960-2014
PB	137	1960-2017
<b>Toplam</b>	<b>454</b>	

BCOBZS, GKBZS ve BKMBZS yöntemleri Tablo 3’de verilen zaman serilerinin her birine uygulanmış ve elde edilen tahmin sonuçları aşağıdaki gibi OMYH, HKOK ve VH uyum iyiliği ölçüleri kullanılarak karşılaştırılmıştır:

$$OMYH = \frac{(\sum_{i=1}^n |(y_i - \hat{y}_i)/y_i|)}{n} \times 100 \quad (6)$$

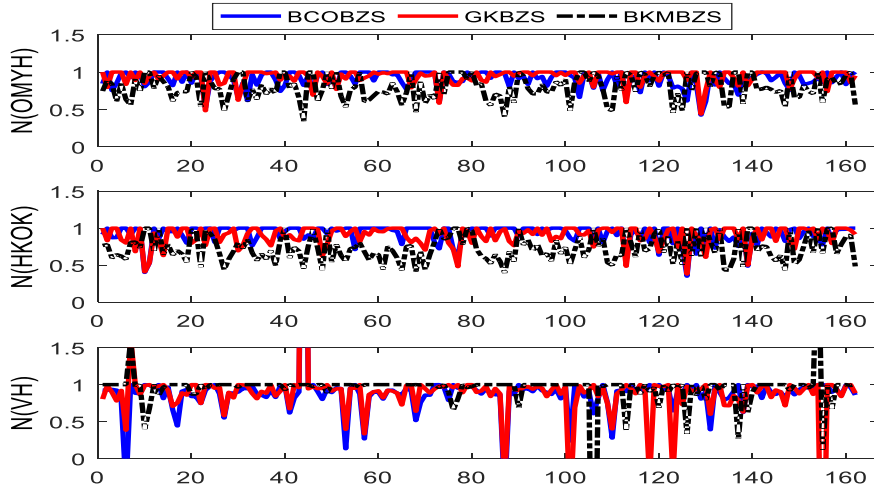
$$HKOK = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}} \quad (7)$$

$$VH = (1 - \frac{var(y - \hat{y})}{var(y)}) \times 100 \quad (8)$$

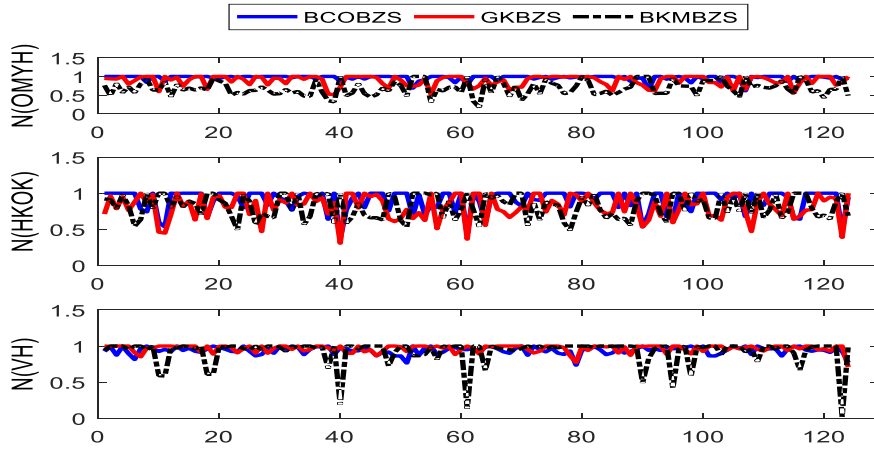
Eşitliklerde  $y$  zaman serisinin gerçek değerini,  $\hat{y}$  tahmin değerlerini,  $n$  zaman serisinin uzunluğunu,  $var$  ise varyansı göstermektedir. Burada OMYH ve HKOK değerlerinin mümkün olduğunca küçük, VH değerinin ise mümkün olduğunca 100’e yakın olması istenir. Dolayısıyla, birden fazla tahmin yönteminin karşılaştırıldığı durumlarda en küçük OMYH ve HKOK değerine, en büyük VH değerine sahip yöntemin tahmin performansının en iyi olduğu söylenebilir. Çalışmada kullanılan zaman serileri büyüklük açısından oldukça farklı olduğundan, OMYH, HKOK ve VH değerleri de birbirinden oldukça farklı elde edilmiştir. Bu değerleri aynı grafik üzerinde gösterebilmek ve dolayısıyla grafiği kolay anlaşılır hale getirmek amacıyla tüm OMYH, HKOK ve VH değerleri maksimum değerlerine bölünerek normleştirilmiştir. Dolayısıyla çalışmada kullanılan tüm zaman serileri için en küçük normleştirilmiş OMYH ve HKOK değerlerine ve “1” VH değerine sahip yöntemin en iyi tahmin performansı sağladığı söylenebilir. Şekil 1-4’de tüm değişken ve zaman serileri için normleştirilmiş OMYH, HKOK ve VH değerleri gösterilmiştir.



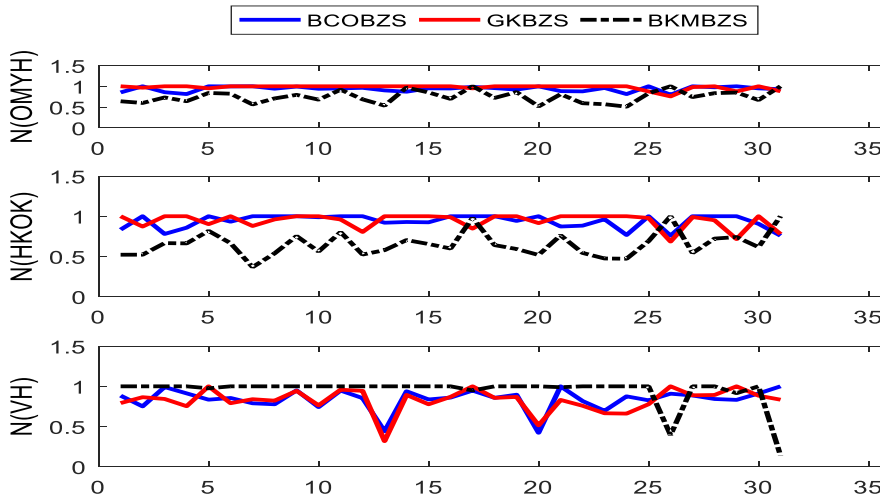
Şekil 1. CO<sub>2</sub> İçin Normalleştirilmiş Uyum İyiliği Ölçüleri



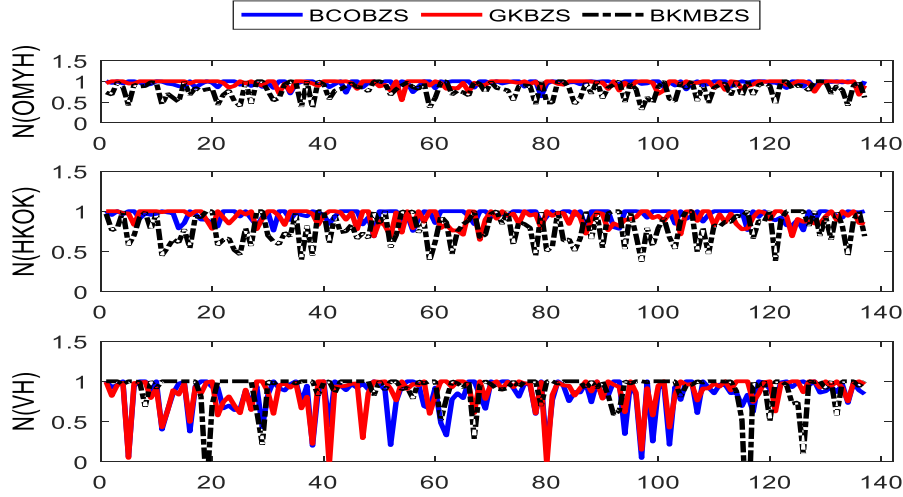
Şekil 2. KBGMH İçin Normalleştirilmiş Uyum İyiliği Ölçüleri



Şekil 3. KBET İçin Uyum İyiliği Ölçüleri



Şekil 4. PB İçin Uyum İyiliği Ölçüleri



Şekil 1-4'e bakıldığında, tüm değişkenler ve zaman serileri için çoğunlukla BKMBZS yönteminin en küçük OMYH ve HKOK ve "1" VH değerini sağladığı görülmektedir. Buradan BKMBZS yönteminin en iyi tahmini verdiği söylenebilir. Tablo 4.'de her bir uyum iyiliği ölçüsü için hangi yöntemin kaç tane zaman serisinde en iyi tahmin performansına sahip olduğu verilmektedir.

Tablo 4. BZS Yöntemlerinin En İyi Tahmin Performansını Sağladığı Zaman Serisi Sayısı ve Yüzdeleri

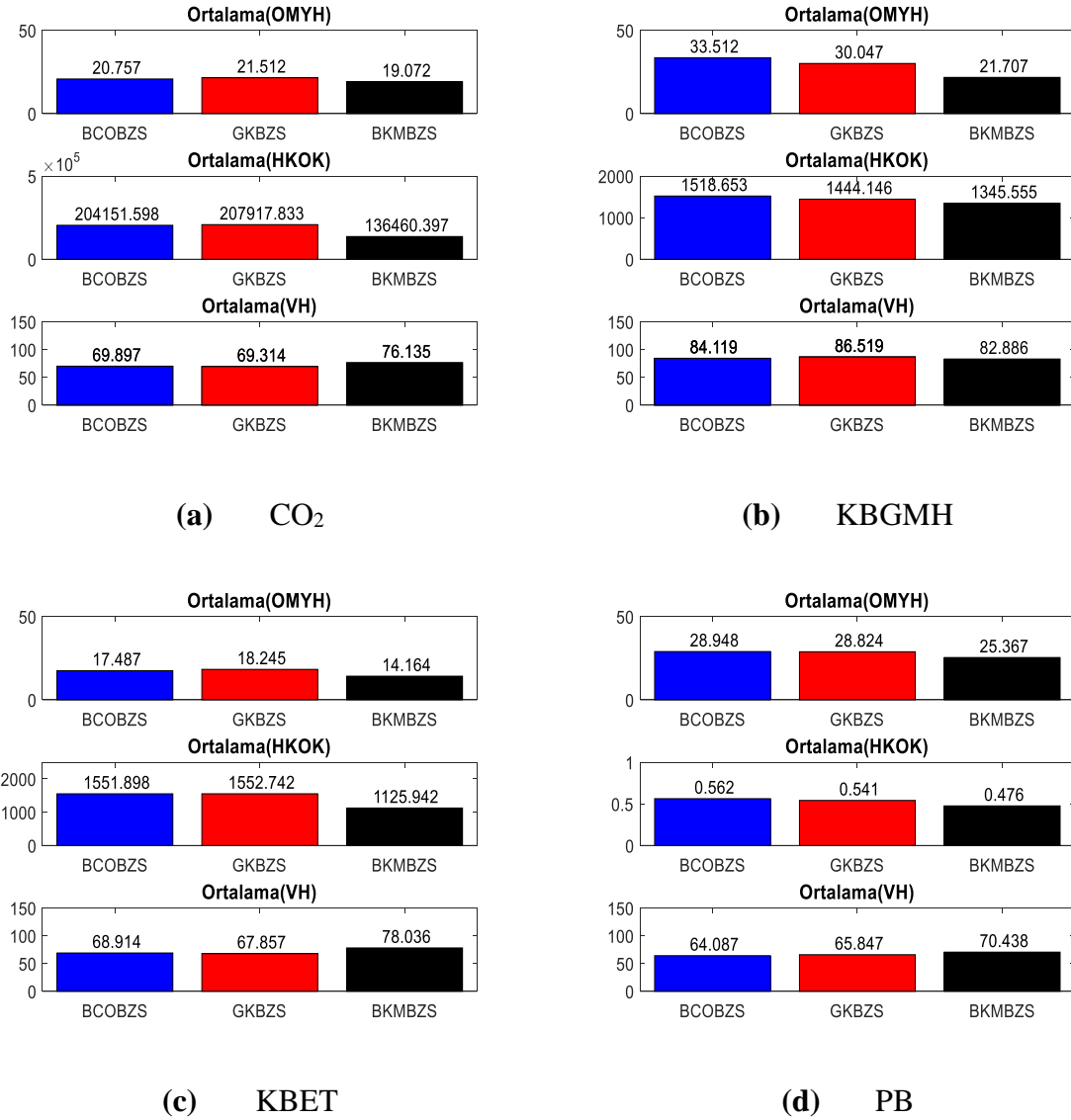
Değişken	BCOBZS			GKBZS			BKMBZS		
	OMYH	HKOK	VH	OMYH	HKOK	VH	OMYH	HKOK	VH
CO <sub>2</sub>	31	16	17	25	24	34	106	122	111
	%19.14	%9.88	%10.5	%15.43	%14.81	%20.98	%65.43	%75.31	%68.52
KBGMH	5	10	16	16	51	53	103	63	55
	%4.03	%8.06	%12.9	%12.9	%41.13	%42.74	%83.06	%50.81	%44.35
KBET	1	1	2	3	3	4	27	27	25
	%3.23	%3.23	%6.45	%9.68	%9.68	%12.90	%87.10	%87.10	%80.65
PB	20	20	26	25	30	33	92	87	78
	%14.60	%14.60	%19.0	%18.25	%21.90	%24.09	%67.15	%63.50	%56.93
Toplam	57	47	61	69	108	124	328	299	269
	%12.56	%10.35	%13.4	%15.20	%23.79	%27.31	<b>%72.25</b>	<b>%65.9</b>	<b>%59.3</b>

Tablo 4'den, BKMBZS yönteminin OMYH ölçüsüne göre tüm zaman serilerinin %72.25'inde, HKOK ölçüsüne göre %65.86'sında, VH ölçüsüne göre ise %59.25'inde en iyi tahmin performansını verdiği görülmektedir. GKBZS yöntemi ise OMYH ölçüsüne göre tüm zaman serilerinin %15.20'sinde, HKOK ölçüsüne göre %23.79'unda VH ölçüsüne göre ise %27.31'inde başarılı sonuçlar vermiştir. BCOBZS yönteminden ise az sayıda zaman serisi için

en iyi sonucu vermiştir. Bunun dışında, BKMBZS'nin en iyi performansı KBET, en kötü performansı ise KBGMH serilerinde verdiği görülmüştür.

Şekil 5'de tüm değişkenler için OMYH, HKOK ve VH değerlerinin ortalaması verilmektedir.

Şekil 5. OMYH, HKOK ve VH Değerlerinin Ortalamaları



Şekil 5'e bakıldığında, ortalama genel olarak BKMBZS yönteminin başarılı olduğu görülmektedir. Ancak KBGMH değişkeni için VH ölçüsüne göre ortalama en iyi sonuç GKBZS yönteminden elde edilmiştir. Bunun dışında az sayıda zaman serisinde en iyi tahmin sonucunu sağlamasına rağmen GKBZS yöntemi ile karşılaştırıldığında CO<sub>2</sub> ve KBET değişkenleri için ortalama en iyi sonucun BCOBZS yönteminden elde edildiği tespit edilmiştir. Tüm bu sonuçlar, BCOBZS ve GKBZS ile karşılaştırıldığında ekonometrik zaman serilerinin tahmininde BKMBZS yönteminin daha başarılı olduğunu ortaya çıkarmıştır.

#### 4. SONUÇLAR

Bu çalışmada bulanık kümelemeye dayanan 3 BZS yönteminin ekonometrik zaman serilerinin tahmininde performansları karşılaştırılmıştır. Bu amaca yönelik olarak HKOK, OMYH ve VH'den oluşan 3 uyum iyiliği kriteri ve 454 ekonometrik zaman serisi kullanılmıştır. Karşılaştırma sonuçları her bir uyum iyiliği ölçüsü için ayrı ayrı şu şekildedir.

OMYH kriterine göre;

- Farklı yapıda 454 zaman serisinin %72.25'inde BKMBZS yöntemi, %15.20'sinde GKBZS yöntemi, %12.56'sında ise BCOBZS yöntemi en iyi tahmin sonuçlarını vermiştir.
- BKMBZS yönteminin KBET zaman serileri tahmin etmede başarılı olduğu, GKBZS yönteminin KBGMH, BCOBZS yönteminin ise CO<sub>2</sub> zaman serilerinde tahmin performansının arttığı görülmüştür.
- Ortalama değerlerine göre, CO<sub>2</sub> ve PB zaman serilerinde tüm yöntemlerin başarılarının yaklaşık olarak aynı olduğu, KBET ve KBGMH serilerinde BKMBZS yönteminin en iyi tahmin sonuçlarını verdiği söylenebilir.

HKOK kriterine göre;

- Tüm zaman serilerinin %65.9'unda BKMBZS yöntemi, %23.79'unda GKBZS yöntemi, %10.35'inde BCOBZS yöntemi en iyi uyumu sağlamıştır.
- BKMBZS yöntemi en iyi başarıyı KBET, GKBZS yöntemi ise KBGMH zaman serilerinde sağlamıştır.
- Ortalama değerlerine göre, KBGMH ve PB zaman serilerinde tüm yöntemlerin benzer bir performansa sahip olduğu, diğer zaman serilerinde BKMBZS yönteminin en iyi tahmin performansına sahip olduğu söylenebilir.

VH kriterine göre;

- Diğer kriterler ile karşılaştırıldığında BKMBZS yönteminin en iyi uyumu sağladığı zaman serisi sayısı azaltmıştır.
- BKMBZS yöntemi tüm zaman serilerinin %59,3'ünde, GKBZS yöntemi %27.31'inde, BCOBZS yöntemi ise %13.4'ünde en iyi tahmin sonuçlarını vermiştir.
- BKMBZS yöntemi en iyi uyumu KBET zaman serilerinde, en kötü uyumu ise KBGMH serilerinde sağlamıştır.
- GKBZS yöntemi KBGHM serilerinde başarılı sonuçlar vermiştir.
- KBGMH zaman serilerinde tüm yöntemler ortalamada yaklaşık olarak aynı tahmin başarısını sağlamıştır. Diğer zaman serilerinde, BKMBZS yönteminin daha başarılı sonuçlar verdiği söylenebilir.

Tüm sonuçlar genel olarak değerlendirildiği BKMBZS yönteminin ekonometrik zaman serilerinin tahmininde daha başarılı olduğunu söylemek mümkündür.

## KAYNAKÇA

- ALADAĞ, C.H., BASARAN, M.A, EĞRİOĞLU, E., YOLCU, U., USLU, V.R., (2009), Forecasting in High Order Fuzzy Time Series by Using Neural Networks to Define Fuzzy Relations, *Expert Systems with Applications*, 36, 4228-4231.
- ALADAĞ, H., EĞRİOĞLU, E., GÜNAY, S., YOLCU, U., (2010), Yüksek Dereceli Bulanık Zaman Serisi Modeli ve IMKB Uygulaması, *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 11(2), 95-101.
- BEZDEK, J., EHRLICH, R., FULL, W., (1984), FCM: The fuzzy C-means Clustering Algorithm, *Computers & Geosciences*, 10(2-3), 191-203.
- BOX, G. E. P., JENKINS, G. M., (1970), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, San Francisco: Holden-Day.
- CHEN, S. M., (1996), Forecasting Enrollments Based on Fuzzy Time-Series, *Fuzzy Sets and Systems*, 81, 311-319.
- CHENG, C. H., CHENG, G. W., WANG, J. W., (2008), Multi-Attribute Fuzzy Time Series Method Based on Fuzzy Clustering, *Expert Systems with Applications*, 34, 1235-1242.
- DAVARI, S., ZARANDI, M. H. F., TURKSEN, I. B., (2009), An Improved Fuzzy Time Series Forecasting Model Based on Particle Swarm Intervalization, *The 28th North American Fuzzy Information Processing Society Annual Conferences (NAFIPS)*, 14-17.
- EĞRİOĞLU, E., ALADAG, C. H., YOLCU, U., (2013), Fuzzy Time Series Method Based on Multiplicative Neruin Model and Membership Values, *American Journal of Intelligent Systems*, 3(1), 33-39.
- EĞRİOĞLU, E., ALADAG, C. H., YOLCU, U., USLU, V. R., ERILLI, N. A., (2011), Fuzzy Time Series Forecasting Method Based on Gustafson-Kessel Fuzzy Clustering, *Expert Systems with Applications*, 38, 10355-10357.
- FURONG, Y., LIMING, Z., DEFU, Z., HAMIDO, F., ZHIGUO, G. (2016), A Novel Forecasting Method Based on Multi-Order Fuzzy Time Series and Technical Analysis, *Information Sciences*, 367-368, 41-57.
- GUSTAFSON, D. E., KESSEL, W. C., (1979), Fuzzy Clustering with Fuzzy Covariance Matrix, *In Proceedings of the IEEE CDC*, 761-766.
- GÜLER, D. N., AKKUŞ, Ö., (2018), A New Fuzzy Clustering Based on Robust Clustering for Forecasting of Air Pollution, *Ecological Informatics*, 43:157-164.
- HSU, L.Y., HORNG, S. J., KAO, T. W., CHEN, Y. H., RUN, R. S., CHEN, R. J., LAI, J. L., KUO, I. H., (2010), Temperature Prediction and TAIFEX Forecasting Based on Fuzzy Relationships and MTPSO Techniques, *Expert Systems with Applications*, 37, 2756-2770.
- HUARNG, K., (2001a), Heuristic Models of Fuzzy Time Series for Forecasting, *Fuzzy Sets and Systems*, 123(3), 369-386.
- HUARNG, K., (2001b), Effective Lengths of Interval to Improve Forecasting in Fuzzy Time Series, *Fuzzy Sets and Systems*, 123, 387-394.
- HWANG, J. R., CHEN, S. M., LEE, C. H., (1998), Handling Forecasting Problems Using Fuzzy Time Series, *Fuzzy Sets and Systems*, 100, 217-228.
- İNCEOĞLU, F. E., (2010), *Bulanık Zaman Serisi Yöntemleri ile IMKB Öngörüsü*, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Samsun.

- KAHRAMAN, C., YAVUZ, M., KAYA, I., (2010), *Fuzzy and Grey Forecasting Techniques and Their Applications in Production Systems, in Production Engineering and Management under Fuzziness Studies in Fuzziness and Soft Computing*, Verlag Berlin Heidelberg, Springer, 1-24.
- KOÇAK, C., (2011), *Bulanık Zaman Serileri Öngörüsü için Yeni Bir Model Sınıfı*, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, Samsun.
- KRISHNAPURAM R., JOSHI A., YI L., (1999), A Fuzzy relative of the k-medoids algorithm with application to document and snippet clustering, *Proceedings IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. Seoul, South Korea.
- KUO, I. H., HORNG, S. J., CHEN, Y. H., RUN, R. S., KAO, T. W., CHEN, R. J., LAI, J. L., LIN, T. L., (2010), Forecasting TAIEX Based on Fuzzy Time Series And Particle Swarm Optimization, *Expert Systems with Applications*, 37, 1494-1502.
- LEE, L. W., WANG, L. H., CHEN, S. M., (2007), Temperature Prediction and TAIEX Forecasting Based on Fuzzy Logical Relationships and Genetic Algorithms, *Expert Systems with Applications*, 33(3), 539-550.
- LI, S. T., CHENG, Y. C., LIN, S. Y., (2008), A FCM-Based Deterministic Forecasting Model for Fuzzy Time Series, *Computers and Mathematics with Applications*, 56, 3052-3063.
- LIU, Z., ZHANG, T., (2019), A Second-Order Fuzzy Time Series Model for Stock Price Analysis, *Journal of Applied Statistics*, doi. <https://doi.org/10.1080/02664763.2019.1601163>
- PARK, J. I., LEE, D. J., SONG, C. K., CHUN, M. G., (2010), TAIEX and KOSPI 200 Forecasting Based on Two Factors High Order Fuzzy Time Series and Particle Swarm Optimization, *Expert Systems with Applications*, 37, 959-967.
- SEVÜKTEKİN M., NARGELEÇEKENLER M., (2010), *Ekonometrik Zaman Serileri Analizi-EViews Uygulamalı*, Ankara, Nobel, 591p
- SONG, Q., CHISSOM, B. S., (1993a), Fuzzy Time Series and its Models, *Fuzzy Sets and Systems*, 54, 269-277.
- SONG, Q. ve CHISSOM, B. S., (1993b), Forecasting Enrollments with Fuzzy Time Series-Part I, *Fuzzy Sets and Systems*, 54, 1-10.
- SUN, B., GUO, H., KARIMI, H. R., GE, Y., XIONG, S., (2015), Prediction of Stock Index Futures Prices Based on Fuzzy Sets and Multivariate Fuzzy Time Series, *Neurocomputing*, 151, Kısım 3, 1528-1536.
- USLU, V. R., ALADAG, C. H., YOLCU, U., EGRIOGLU, E., (2010), A New Hybrid Approach for Forecasting a Seasonal Fuzzy Time Series, *Proceedings of the 1st International Symposium on Computing In Science & Engineering*, Izmir -Turkey.
- UYAR, H., (2015), *BIST Verilerinin Çeşitli Bulanık Zaman Serileri Yaklaşımları ile Öngörülerinin Karşılaştırılması*, Akdeniz Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Antalya.
- WANG, N. Y., CHEN, S. M., (2009), Temperature prediction and TAIEX Forecasting Based on Automatic Clustering Techniques and Two-Factors High-Order Fuzzy Time Series, *Expert Systems with Applications*, 36, 2143-2154.
- YOLCU, U., (2011), *Bulanık Zaman Serilerinde Çok Değişkenli Çözümleme*, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, Samsun.